

DETERMINAZIONE DELLE RETI ALTIMETRICHE NELLA PROVINCIA AUTONOMA DI BOLZANO

DEFINITION OF ALTIMETRY NETWORKS IN THE AUTONOMOUS PROVINCE OF BOLZANO

N. Di Sclafani^a, R. Maseroli^b, F. Palmieri^c, P. Russo^a

^a Provincia autonoma di Bolzano, Ripartizione 41, piazza Giorgio Ambrosoli 16, 39100 Bolzano - ispettorato.catasto@provincia.bz.it

^b Istituto Geografico Militare, Direzione Geodetica, via Di Novoli 93, 50144 Firenze - maseroli@tin.it

^c Istituto Nazionale di Oceanografia e Geofisica Sperimentale, Borgo Grotta Gigante 42/C, 34010 Sgonico (TS) – fpalmieri@inogs.it

PAROLE CHIAVE: livellazione di alta precisione, misure di gravità, geopotenziali, quote normali

KEY WORDS: levelling of high precision, gravity measurements, geopotential, normal heights

RIASSUNTO

Nell'ambito del progetto di totale rimisura e contemporaneo raffittimento della rete nazionale di livellazione di alta precisione, portato avanti dall'Istituto Geografico Militare (IGM) a partire dal 1997, la Provincia Autonoma di Bolzano, tramite la Ripartizione 41, si è resa disponibile ad operare sul proprio territorio al fine di accelerare il riattamento delle linee di proprio interesse. Le operazioni sono state effettuate dai tecnici della Provincia, supportati da personale dell'IGM, ed hanno consentito, nel giro di soli 5 anni, di ripristinare e rimisurare tutte le linee di alta precisione esistenti sul territorio provinciale, e di procedere ad un consistente raffittimento, istituendo nuove linee nelle valli secondarie, per un totale di oltre 700 km di livellazione geometrica.

Contemporaneamente sono state eseguite anche misure di gravimetria, effettuate attuando una procedura rigorosa che, partendo da stazioni di gravità assoluta, ha previsto l'istituzione di una maglia principale e, in appoggio a questa, di una rete di dettaglio che ha raggiunto tutti gli oltre 700 caposaldi presenti sul territorio della Provincia. I valori di gravità hanno consentito il calcolo dei numeri geopotenziali e delle quote normali di tutti i caposaldi, determinati al fine di prepararsi ad adottare il sistema altimetrico europeo.

ABSTRACT

The Italian Military Geographical Institute (IGM) is promoting the project of complete remeasurement and densification of the national high precision levelling network since 1997. The Autonomous Administration of the province of South Tyrol, through its 41st Department, stepped in to cooperate on this project to accelerate the determination of the levelling lines inside its own territory. The measurement operations were carried out by the land surveyors of the local Administration of South Tyrol under the supervision of the staff of the IGM. Within only five years it was possible to restore and remeasure all existing high precision levelling lines in the territory of the province, and to realize a considerable densification of the network with new lines in the secondary valleys, achieving over 700 km of geometric levelling.

At the same time relative gravity measurements were carried out with an accurate method which provided the determination of a main network starting from absolute gravity stations. The main network was used to measure the gravity at all of the more than 700 levelling benchmarks. The obtained gravity values enabled the computation of the geopotential numbers and normal heights of all the benchmarks in prevision of adopting the European vertical reference system.

1. INTRODUZIONE

Con l'affermarsi delle tecnologie di rilievo satellitare, si è posto, anche in Provincia di Bolzano, il problema di inquadrare i risultati di tali moderne metodologie nei sistemi di riferimento in uso, in modo da renderli confrontabili con la cartografia esistente. Già nel 2003 la Provincia Autonoma di Bolzano aveva provveduto a calcolare i parametri di trasformazione per passare dal sistema ETRS89 al sistema ROMA40 e viceversa, e nel 2005 ha fatto proprio il nuovo sistema di riferimento europeo, trasformando, assieme ai Comuni, tutta la propria cartografia digitale nel nuovo sistema. Il problema del sistema planimetrico era così risolto. Restava ancora irrisolta la possibilità di utilizzare efficacemente il rilievo satellitare per le determinazioni altimetriche. La soluzione di tale problema necessita della conoscenza sufficientemente precisa

dell'ondulazione geoidica, ovvero dell'andamento del geoide sul proprio territorio, o della specifica superficie di riferimento se si usa un tipo di quota diverso da quella ortometrica.

La prima idea, ed anche la più semplice da realizzare, è stata quella di eseguire misure GPS sulle linee di livellazione esistenti. Ci si accorse però quasi subito che, sul territorio della Provincia, buona parte dei capisaldi appartenenti alla rete nazionale di livellazione di alta precisione, gestita dall'Istituto Geografico Militare (IGM), risultavano distrutti o comunque non più affidabili, dato che l'ultimo rilievo altimetrico risaliva agli anni '50. Già l'allora direttore dell'ufficio geodetico della Provincia, Geom. Di Girolamo, aveva preso contatti con l'IGM al fine di procedere al ripristino dei capisaldi mancanti.

Contemporaneamente la BBT (Brenner Basis Tunnel), società incaricata della costruzione del tunnel ferroviario del Brennero, aveva fatto eseguire misure di gravità, sia assoluta che relativa,

finalizzate alla progettazione del tunnel stesso, il cui tracciato corre in parte nel territorio provinciale ed in parte in Austria, ove è in uso un differente sistema altimetrico di riferimento. Al fine di prepararsi ad adottare il sistema altimetrico europeo, come già fatto per quello planimetrico, ed anche per sfruttare le misure rese disponibili dalla BBT, si decise allora di densificare le misure di gravità, in un primo momento almeno lungo le linee di livellazione ripristinate o di nuova istituzione.

La Provincia Autonoma di Bolzano, tramite la Ripartizione 41, Libro fondiario, Catasto fondiario e urbano, a seguito di un accordo con l'IGM e nell'ambito di un progetto di totale riattamento della rete nazionale, ha già completato la rimisura delle linee di livellazione di alta precisione di proprio interesse, ed ha inoltre realizzato una notevole densificazione del dato altimetrico sul proprio territorio, tramite l'istituzione di nuove linee che in virtù dell'accordo suddetto sono entrate a far parte della rete ufficiale nazionale. Contemporaneamente sono state eseguite anche le misure di gravimetria necessarie per il calcolo dei numeri geopotenziali di tutti capisaldi.

La realizzazione dell'intero progetto è stata resa possibile dalla sinergia tra vari soggetti. Oltre alla Ripartizione 41, Libro fondiario, Catasto fondiario e urbano della Provincia Autonoma di Bolzano, che ha effettuato i lavori di livellazione e finanziato la gravimetria, e all'IGM, che ha impostato e coordinato i lavori di livellazione e calcolato le quote nel sistema italiano, hanno svolto un ruolo significativo: il Servizio Strade della Provincia Autonoma di Bolzano, che ha curato tutti i cantieri mobili sulle strade durante i lavori di livellazione, l'OGS (Istituto Nazionale di Oceanografia e di Geofisica Sperimentale), che ha effettuato le misure di gravità relativa e fornito consulenza nel settore gravimetrico, il BEV (Bundesamt für Eich-und Vermessungswesen), che ha effettuato le misure di gravità assoluta e fornito consulenza nel settore gravimetrico, e la BBT che ha messo a disposizione i propri dati.

2. LE MISURE DI LIVELLAZIONE

2.1 La rete altimetrica nazionale

Qualunque attività finalizzata alla conoscenza altimetrica di un territorio, non può prescindere dall'esistenza di una adeguata infrastruttura geodetica, costituita, di norma, da una rete fondamentale di livellazione, che realizza il sistema altimetrico adottato in quel territorio e lo rende accessibile. In Italia il compito di istituire e mantenere in efficienza tale infrastruttura geodetica è stato affidato, fin dall'unificazione del Regno, all'Istituto Geografico Militare, che già nel 1878 diede avvio al primo rilievo altimetrico impostato a livello nazionale. L'attività si concluse ai primi anni del '900, con l'istituzione di oltre 6000 km di linee livellate che si espandevano su buona parte del territorio nazionale, con un caposaldo stabile materializzato mediamente ogni chilometro. Negli anni successivi furono aggiunti altri 1000 km che realizzarono il collegamento con gli stati limitrofi, e circa 15000 km di rete secondaria, istituiti in gran parte per iniziativa del Ministero dei Lavori Pubblici e del Genio Civile, e finalizzati al controllo geofisico del territorio e alla realizzazione di grandi opere pubbliche.

L'Italia giungeva così agli anni che precedono la 2^a guerra mondiale con una infrastruttura altimetrica fondamentale, detta oggi Rete Antica, composta da circa 7000 km di linee livellate con altrettanti capisaldi materializzati, ed una consistente rete secondaria. Già le ricognizioni eseguite negli anni '30 avevano però denunciato la scomparsa di molti contrassegni, e la dubbia affidabilità di quelli rintracciati ad oltre 30 anni dalla loro istituzione. Nel 1940 la consapevolezza di tale situazione portò l'IGM a decidere un totale rifacimento della rete, tramite un progetto che prevedeva un completo riattamento dei percorsi

primari e la rimisura, con criteri più rigorosi, di una parte della rete di raffittimento, oltre all'aggiunta di nuove linee specialmente nel meridione e nelle isole maggiori. L'esperienza aveva inoltre evidenziato l'opportunità di investire maggiormente sulle materializzazioni al fine di renderle più stabili e durature. Furono quindi progettati nuovi capisaldi: i CSO¹, costituiti da un contrassegno in ceramica affogato in un blocchetto di calcestruzzo interrato e protetto o meno da un chiusino in ghisa (Fig. 1), ed i CSV², realizzati a forma di mensola e misurabili con un'apposita staffa. Anche le misure divennero più rigorose attraverso l'impiego delle "Norme per la livellazione di alta precisione", sostanzialmente in uso ancora oggi.



Figura 1. Caposaldo Orizzontale a pozzetto utilizzato per la materializzazione dei capisaldi a partire dal 1941.

I lavori di rifacimento iniziarono nel 1941 con la misura sulla linea Genova-Monselice, ma furono subito interrotti a causa degli eventi bellici. L'attività, ripresa regolarmente nel 1950, portò a concludere la *Rete di Livellazione di Alta Precisione* nel 1971.

In 21 anni erano state misurate oltre 100 linee, che formavano 36 poligoni chiusi, più i collegamenti con gli stati limitrofi, per un totale di 13000 km di livellazione e altrettanti capisaldi materializzati. La compensazione dei dislivelli puri misurati fu divisa in 3 blocchi: la parte peninsulare in appoggio al mareografo di Genova (quota 1942), la Sardegna sul mareografo di Cagliari (quota 1956) e la Sicilia sul mareografo di Catania (quota 1965); i risultati del calcolo evidenziarono il raggiungimento di un errore chilometrico medio di circa 1 mm. Nel 1955 la Commissione Geodetica Italiana pubblicò i risultati della Rete Gravimetrica Fondamentale Italiana (Cunietti, 1955) costituita da 119 stazioni, i cui valori di gravità non vennero espressi in termini di valori assoluti ma di differenze compensate rispetto alla stazione fondamentale di Roma. Utilizzando un gravimetro Worden, la cui risoluzione di lettura

¹ CSO: Caposaldo Orizzontale, indica il contrassegno fondamentale sempre presente di ogni caposaldo, realizzato e posizionato in modo che sia sempre possibile misurarlo appoggiandovi sopra la stadia.

² CSV: Caposaldo Verticale, indica un contrassegno secondario presente di norma in un caposaldo ogni 5; è posizionato a circa 2.30 m dal suolo sulla parete di un edificio, ed è quindi misurabile solo con l'ausilio di un metro appeso ad una staffa o ad altro simile accessorio.

era di 0.02 mGal, ma ottenendo valori caratterizzati da precisioni dell'ordine di qualche decimo di mGal, comunque sufficienti per il calcolo dei numeri geopotenziali, l'IGM organizzò una serie di campagne gravimetriche per determinare il valore di gravità dei caposaldi livellati, in ragione, mediamente, di uno ogni tre in pianura, uno ogni due in montagna e su quasi tutti in presenza di forti dislivelli³.

Nel 1972 tutte le linee erano state dotate di misura di gravità per un totale di circa 5000 caposaldi; sugli altri la gravità fu calcolata per interpolazione. Disponendo così del valore di gravità su tutti i 13000 caposaldi, l'IGM poté procedere, alla fine degli anni '70 del secolo scorso, al calcolo dei numeri geopotenziali sull'intera rete. La compensazione fu eseguita dal Prof. Piero Bencini, ottenendo un errore quadratico medio dell'unità di peso pari a 0.0022 UGP (Unità Geopotenziali)⁴.

Disponendo dei numeri geopotenziali l'Italia poté partecipare alla prima versione dell'UENL (United European Leveling Network), che interessò allora solo i paesi dell'Europa occidentale. Furono inoltre calcolate le quote dinamiche di tutti i caposaldi, dividendo semplicemente i numeri geopotenziali per $\gamma_{0,45}$, pari a 0.980619050 nel sistema 1967. Le quote adottate

³ Per un caposaldo posto a una quota di 1000 m, un'incertezza di 1 mGal nel valore di gravità, ha un'influenza di circa 0.001 m nella determinazione della quota ortometrica.

⁴ Espresse in "kGal m" equivalente a "10 m²s⁻²".

ufficialmente dall'Italia sono però ancora oggi quelle derivanti dalla compensazione dei dislivelli puri, mentre sia i numeri geopotenziali che le quote dinamiche sono stati utilizzati solo per scopi scientifici. Anche l'introduzione delle correzioni che consentono di ottenere valori più aderenti al concetto di quota ortometrica e di quota normale, non ha trovato fino ad oggi concreta attuazione nel nostro Paese, in considerazione dell'esigua entità delle correzioni stesse rispetto alla precisione con cui, fino a poco tempo fa, potevano essere ottenute. Le chiusure dei poligoni risultano comunque sempre ampiamente nella tolleranza calcolata con l'espressione $\Delta H = 2\sqrt{L}$, dove lo scarto ΔH è in mm e la lunghezza L della linea in km.

Anche i caposaldi della Rete di Alta Precisione hanno subito, nel corso degli anni, il naturale degrado, tanto che le ricognizioni eseguite sulle linee negli anni '80 e '90 hanno evidenziato ancora una volta gravi lacune. Nel 1997 l'IGM ha dato avvio ad un importante lavoro di completo riattamento della Rete di Alta Precisione con contemporaneo raffittimento dei poligoni, ritenuti non più sufficienti alle esigenze di un paese moderno. Tale rifacimento porterà alla fine a disporre di oltre 22000 km di livellazione di alta precisione (Fig. 2). Il completamento delle misure era stato ipotizzato per il 2013 (17 anni di misure), ma varie problematiche sopraggiunte, fra cui la crisi finanziaria, hanno rallentato l'attività negli ultimi anni, e non hanno consentito di rispettare la scadenza prevista. Ad oggi sono stati, aggiornati 18000 km fra nuovi impianti e linee esistenti, in quest'ultime sono stati rimpiazzati i contrassegni

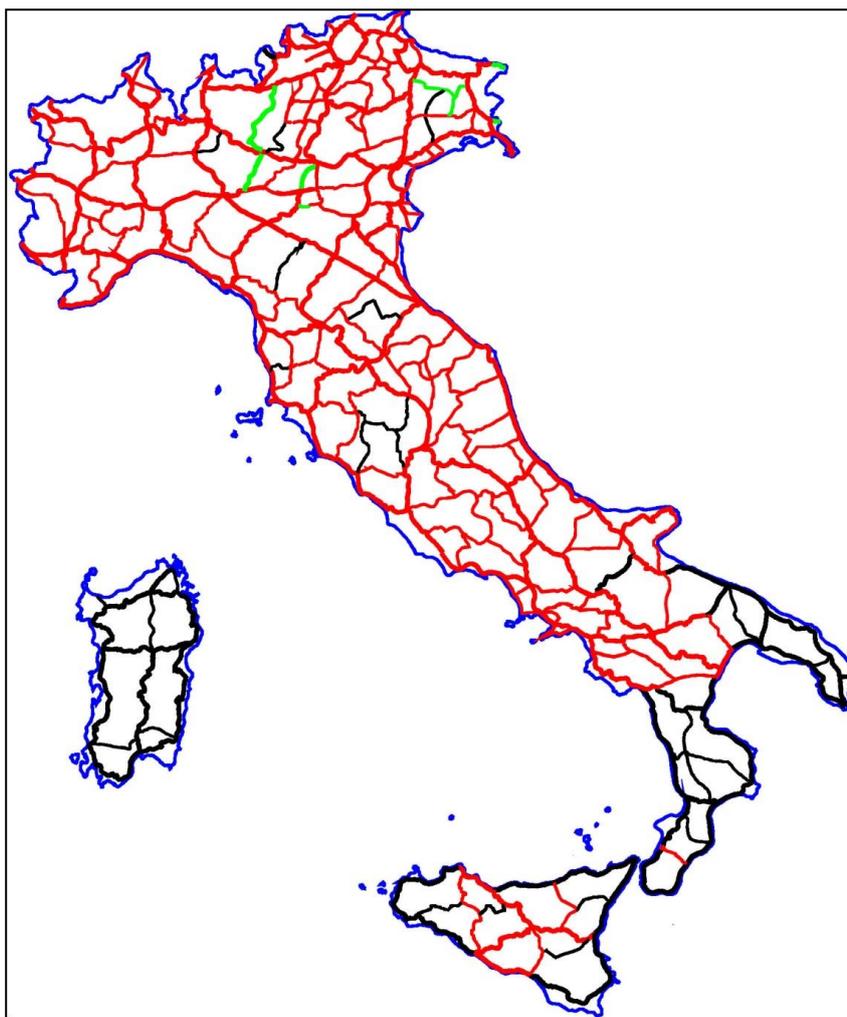


Figura 2. Rete nazionale di livellazione di alta precisione: in rosso le linee riattate dal 1997 ad oggi, in verde le linee programmate per il 2016; le linee sottili rappresentano i raffittimenti.

mancanti e, ovviamente, inglobati e rimisurati tutti quegli rintracciati. Nel 2011 è stato aggiunto un quarto sistema altimetrico per le Isole Pelagie, denominato "Lampedusa 2005", definito utilizzando i dati di un mareografo attivo dal 2001, istituito sull'isola ad opera dell'ISPRA (Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale). La misura dei dislivelli viene oggi eseguita con livelli elettronici e stadi invar con codice a barre e le nuove quote vengono attribuite, sempre per compensazione di dislivelli puri, fissando i caposaldi ritenuti stabili nel tempo.

Recentemente ha preso avvio un progetto che porterà nuovamente alla determinazione dei numeri geopotenziali dell'intera rete nazionale, secondo le attuali indicazioni degli organismi internazionali (European Vertical Reference System), per il calcolo dei quali si è ipotizzato di utilizzare i valori di gravità stimati sul modello di geoide ITALGEO2005 (Barzagli, 2014), senza dover procedere a nuove misure di campagna che, data l'estensione della rete, sarebbero particolarmente onerose. Un anello già calcolato in via sperimentale in Valle d'Aosta ha mostrato che le precisioni ottenibili dal modello di geoide sono sufficienti allo scopo (Gentile, 2011).

Un'ulteriore verifica della possibilità di utilizzare l'ITALGEO2005 allo scopo suddetto potrà essere effettuata confrontando la gravità ottenuta dal modello con i valori rilevati sul territorio della Provincia di Bolzano, riportati nel seguito della presente nota, che sono stati acquisiti e compensati secondo una procedura rigorosa e risultano inseriti in un contesto metrologico definito da sei stazioni assolute. Tale confronto sarà oggetto di una prossima pubblicazione.

2.2 Lavori di livellazione in Alto Adige

Al fine di completare celermente il riattamento della rete altimetrica fondamentale in Alto Adige, la Provincia Autonoma

di Bolzano ha stipulato nel 2009 un accordo con l'Istituto Geografico Militare, accollandosi gran parte degli oneri finanziari necessari al ripristino delle linee di livellazione esistenti sul territorio della Provincia e al loro rafforzamento.

La Ripartizione 41, Libro fondiario, Catasto fondiario e urbano ha scelto di eseguire tutti i lavori di livellazione in economia. Questa scelta ha consentito di formare i propri tecnici, acquisendo in tal modo il relativo "know how".

Tutte le fasi del rilievo sono state organizzate con la supervisione dell'IGM ed eseguite dall'ufficio Ispettorato del catasto, servizio per il rilevamento geodetico.

La prima fase è consistita nel recupero dei caposaldi esistenti lungo le vecchie linee. Successivamente sono stati individuati nuovi manufatti ove ripristinare i punti andati distrutti. I tecnici del servizio geodetico hanno materializzato e monografato i nuovi caposaldi e misurato le linee attenendosi alle specifiche tecniche per la livellazione indicate dall'Istituto Geografico Militare. In particolare:

- i caposaldi di nuova istituzione sono stati posti generalmente ad una distanza di 1 km \pm 200 m (interdistanza minima 800 m, massima 1200 m); ogni 8 km sono stati utilizzati centrini universali in acciaio, misurabili anche con strumentazione GNSS, da inserire nel progetto dei punti GEOTRAV;
- le misure dei dislivelli sono state eseguite utilizzando il metodo della livellazione geometrica dal mezzo, stazionando con il livello tra le due stadi;
- la distanza fra strumento e stadia è stata mantenuta nei 40 m (battuta), e la lunghezza della campata non ha superato gli 80 m;
- alla fine della tratta la differenza tra le somme cumulate delle due semidistanze (indietro e avanti) è sempre rientrata nel limite di 5m;

<i>N. linea</i>	<i>Inizio e fine del percorso</i>	<i>lunghezza [km]</i>	<i>dislivello tra punto iniziale e finale [m]</i>
44	Trentino - Bolzano	41	51.47
196	Merano - Bolzano	28	66.11
BA	Dobbiaco - Passo Drava	14	105.66
47	Fortezza - Vipiteno	23	204.95
48	Spondigna - Laces	24	248.23
39	Cimebanche - Dobbiaco	17	312.98
48	Merano - Laces	28	328.37
AS	Sluderno - Passo Tubre	14	331.47
209	Passo Sella	6	366.72
CA	Vipiteno - Brennero	16	423.73
45	Bolzano - Fortezza	50	473.02
46	Dobbiaco - Fortezza	67	479.16
DA	Spondigna - Passo Resia	33	559.58
Fa	Valle Aurina	44	844.92
EA	Passo Stalle	23	1038.01
57	Bolzano - Mendola	27	1067.64
48	Passo Giovo - Vipiteno	18	1152.89
204	Passo Gardena - Brunico	45	1307.69
48_D4	Naturno - Senales	25	1500.18
196_D5	Sinigo - FontanaBianca	40	1602.98
204	Ponte Gardena - Passo Gardena	33	1648.91
GA	S.Leonardo - Passo Rombo	30	1744.40
48	Merano - Passo Giovo	43	1785.78
56	Spondigna - Passo Stelvio	30	1813.03
	Totale	719	

Tabella 1. Caratteristiche delle linee di livellazione ripristinate e istituite nel territorio della Provincia di Bolzano; evidenziate in grigio le linee con dislivello superiore a 1000 m

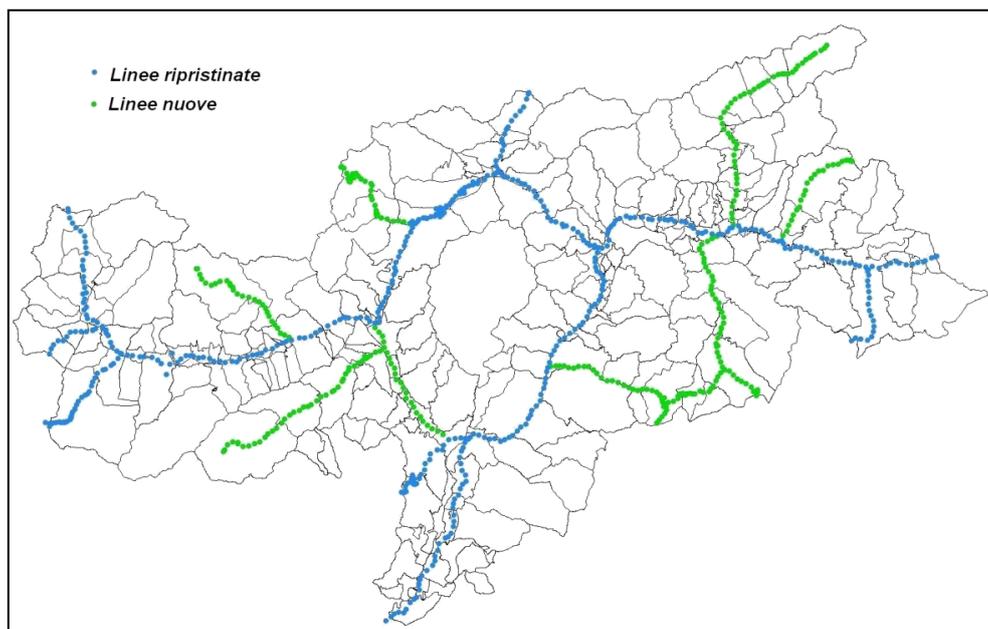


Figura 3. Linee di livellazione ripristinate e istituite nel territorio della provincia di Bolzano.

- come estremi di ogni singola tratta sono stati sempre utilizzati i contrassegni principali (CSO);
- il dislivello di ogni tratta è stato misurato due volte (andata e ritorno) in modo indipendente;
- come dislivello di ogni singola tratta è stata assunta la media fra i valori ottenuti in andata ed in ritorno quando la loro differenza non superava la tolleranza di $\pm 2,5\sqrt{L}$ mm (L = distanza espressa in km); in caso contrario la misura della tratta è stata ripetuta in uno dei due sensi;
- ogni anno, prima dell'inizio delle campagne di misura, l'IGM ha provveduto alla campionatura delle stadiè;
- sui caposaldi all'inizio e alla fine di ogni tratta è stata utilizzata sempre la stessa stadia, in modo da evitare l'applicazione della correzione del tallone;
- terminata la sessione di rilievo giornaliero i dati sono stati scaricati e spediti all'IGM.

Le misure, effettuate con livelli digitali Leica DNA03 e stadiè di 3 metri con codice a barre su nastro invar, sono state eseguite da due squadre composte da un operatore e due portastadiè, e supportate sia da tecnici degli uffici periferici di zona che da personale del Servizio strade. Due tecnici IGM hanno sempre operato al fianco del personale della Provincia al fine di verificare la materializzazione dei nuovi caposaldi, fornire alle squadre supporto tecnico durante le fasi di misura ed eseguire i rilievi GNSS sui punti GEOTRAV.

Il ripristino delle linee di livellazione di alta precisione, risalenti agli anni '50, è stato ultimato nel 2011, mentre nel biennio 2012-2013 è stato realizzato il raffittimento, istituendo nuove linee nelle valli secondarie.

In figura 3 è riportata la mappa delle linee misurate dal 2009 al 2013, mentre in tabella 1 sono evidenziate le caratteristiche delle linee stesse, dalle quali si evince che quasi la metà dei percorsi presenta un dislivello superiore a 1000 metri. Considerato che gran parte delle linee terminano al valico di confine, si è ritenuto opportuno collegarsi alle linee di livellazione austriache e svizzere. Si è avviata in tal modo una collaborazione con gli enti e i colleghi degli stati confinanti, che ha portato ad un costruttivo scambio di informazioni, esperienze e dati. In accordo con i colleghi austriaci, ad esempio, è stata realizzata una nuova linea di livellazione che da S. Leonardo in Passiria arriva fino al Passo Rombo, consentendo così all'Austria di ottenere un poligono chiuso. Il "Bundesamt für Eich-und Vermessungswesen (BEV)" ha fornito inoltre le quote geopotenziali e le quote normali dei punti austriaci di collegamento, informazione indispensabile per poter inquadrare la rete di livellazione della Provincia Autonoma di Bolzano nel sistema di riferimento altimetrico europeo (EUVN). Nella tabella 2 è riportato un quadro riassuntivo dei tempi di realizzazione e del personale impiegato nella fase di materializzazione ed esecuzione delle misure.

Attività	N. persone coinvolte	N. giorni lavorazione	Totale giorni/uomo	Media km al giorno
Progettazione	2		66	
Materializzazione	3	86	129	
Misure di livellazione per 736 km	squadra da 5 persone	272	1335	2.7
Compilazione monografie	2		106	
Rilievi GNSS sui CSO	2		64	

Tabella 2 - Tempi di realizzazione e personale impiegato nell'attività

2.3 Calcolo delle quote italiane

Come precedentemente ricordato la moderna rete italiana di livellazione di alta precisione, realizzata fra il 1950 e il 1971, è stata calcolata al termine dei lavori compensando le misure in blocco in rigorosa applicazione della teoria degli errori, e dividendo il network in tre parti: Italia continentale, Sicilia e Sardegna, per l'evidente impossibilità di collegamenti altimetrici di precisione a grande distanza. In ciascuna parte è stata fissata nel calcolo solo la quota del mareografo di riferimento, rispettivamente: Genova, Catania e Cagliari.

Anche le rimisurazioni attualmente in corso dovranno concludersi con calcoli di compensazione in blocco delle tre porzioni, che potranno essere effettuati solo al termine delle misure, iniziando dalla parte continentale che probabilmente verrà chiusa per prima. In attesa della conclusione delle misure, che potrà protrarsi ancora per diversi anni, via via che le linee vengono ripristinate e rimisurate, sostituendo i contrassegni mancanti e spesso modificando quelli rintracciati, è comunque opportuno assegnare ai caposaldi una quota attuale attendibile, anche se provvisoria, in modo da renderli utilizzabili anche prima della compensazione finale, che comunque dovrebbe apportare correzioni di piccola entità. Per l'assegnazione le quote provvisorie alle linee rimisurate, ricadenti in massima parte in aree lontane dal mareografo, è necessario selezionare un caposaldo di partenza, la cui quota, riferita all'epoca della precedente compensazione, viene tenuta fissa nel calcolo. Per ottenere quote attuali attendibili, coerenti cioè con i reali movimenti a cui è soggetto un dato territorio, è quindi essenziale individuare e fissare i caposaldi situati in zone stabili, le cui quote non necessitano di aggiornamento, almeno nel limitato arco temporale nel quale si effettua la rimisura. In tale operazione, notevolmente complessa in un territorio come quello italiano soggetto in gran parte a movimenti verticali, non viene considerata la categoria⁵ del caposaldo, poiché derivante dalla qualità della materializzazione dei contrassegni o assegnata con criteri di gerarchia nel calcolo (nodali), ma senza alcun riferimento alla stabilità dell'area nella quale il caposaldo stesso ricade. La scelta può invece essere opportunamente condizionata da un'indagine geologica sulla natura dei suoli e delle strutture sottostanti: certamente verranno scartate, ad esempio, le pianure alluvionali, più o meno sempre soggette a subsidenza dovuta al naturale compattamento del sedimento, in molti casi accelerato da cause antropiche, e dovranno altresì essere escluse le catene montuose in orogenesi attiva. Possono invece risultare idonee quelle zone collinari costituite da strutture geologiche antiche e pertanto stabilizzate.

La rimisurazione dell'Italia è iniziata nel 1997 dalle regioni centrali, in seguito alla necessità di indagini e di aggiornamento determinata dai noti eventi sismici che hanno interessato quell'area a metà degli anni '90. A queste prime linee rimisurate è stata assegnata una quota aggiornata ottenuta fissando alcuni caposaldi situati in aree scelte con i criteri suddetti, e quindi non soggette a movimenti evidenti nel corso dell'ultimo secolo. In tali aree si è indagato sui caposaldi di più antica materializzazione, selezionando quelli "ritenuti stabili" a seguito del confronto fra i dislivelli che li collegano rimisurati più volte nel tempo.

La rimisurazione della livellazione deve procedere "a macchia d'olio", collegandosi ogni volta ai caposaldi di recente misura,

⁵ I caposaldi sono caratterizzati da una categoria; IV Cat.: sono i normali caposaldi con interdistanza di un km sulla linea; III Cat.: uno ogni 5 km con materializzazione rinforzata; II Cat. uno ogni 25 km con doppia materializzazione rinforzata; I Cat. (o Nodali): caposaldi all'incrocio di più linee con materializzazione particolarmente rinforzata.

che vengono mantenuti fissi nella quotazione delle campagne successive. Partendo dall'Umbria, la rimisura è proseguita negli anni successivi: verso Nord fino a coprire tutto il settentrione, con l'eccezione di alcune linee in Lombardia e in Emilia attualmente in fase di misura; e verso Sud fino a toccare la costa ionica nel 2014; rimangono per ora escluse una parte della Puglia e la Calabria. Ogni volta che le misure hanno interessato zone che, secondo i suddetti criteri, potevano essere "ritenute stabili", si è avuta l'occasione di verificare le prestazioni dei caposaldi precedentemente scelti come fissi, ed in certi casi di apportare le necessarie correzioni. Le risultanze degli ultimi anni hanno comunque mostrato che i caposaldi selezionati sono stati, più o meno, sempre confermati come stabili dalle misure successive. Così, ad esempio, il dislivello fra la Montagnola senese e Monselice, ottenuto livellando 270 km di linea e attraversando la Pianura Padana in evidente subsidenza, si è mantenuto sostanzialmente uguale a decenni di distanza.

Nel territorio dell'Alto Adige sono state riviste per prime le linee che ricadono nella zona Est (2009), in proseguimento delle rimisurazioni che, iniziate dalle regioni centrali, si erano estese lungo la fascia adriatica attraverso la Romagna ed il Veneto. Queste prime linee sono state quotate fissando il Nodale Polpet (10) e i caposaldi Rovereto (42/70) e Primolano (43/57), che a loro volta avevano ricevuto le quote dalle zone più a Sud, seguendo la prassi suddetta. Successivamente (2010 - 2011) si è operato nella zona Ovest della Provincia, fissando le quote dei caposaldi di Merano, Bolzano, San Michele all'Adige e Trento, determinati nel calcolo del 2009.

3. GRAVIMETRIA

3.1 Misure di gravità assoluta

Nell'ambito dello studio di fattibilità del Tunnel del Brennero il consorzio GEIE-BBT ha incaricato, nel mese di settembre del 2001, il BEV di Vienna di istituire 7 stazioni gravimetriche assolute, distribuite nel territorio delle province di Bolzano (Bolzano, Brennero, Brunico, Merano, Novacella e Silandro) e di Trento (Trento). Tali misure sono state effettuate con un gravimetro assoluto a caduta libera JILAg-6 (Fig. 4). I valori di



Figura 4. Gravimetro assoluto usato nella campagna del 2001.

gravità ottenuti, riferiti a un punto della traiettoria del grave posto ad una distanza di 0.84 m rispetto al suolo, hanno evidenziato uno sqm medio di ± 0.004 mGal. Tramite, una serie di misure del gradiente verticale, eseguite con un gravimetro LaCoste&Romberg mod. D, il valore dell'accelerazione di gravità è stato riportato al suolo. Sono state inoltre istituite alcune reti locali in modo da trasferire il valore di gravità in punti ausiliari esterni al fabbricato, utilizzando misure relative.

Nel 2011 la Ripartizione 41, Libro fondiario, Catasto fondiario e urbano della Provincia Autonoma di Bolzano, ha incaricato il BEV di eseguire, nella provincia di Bolzano, 6 nuove misure di gravità assoluta sui punti già rilevati nel 2001 (Fig. 6): 4 su punti precedenti (Bolzano, Brunico, Merano e Novacella), finalizzate anche a verificare eventuali variazioni temporali del valore dell'accelerazione di gravità, e 2 nelle stesse località ma in punti nuovi (Brennero e Silandro), dato che i fabbricati ove erano state effettuate le stazioni originali erano stati nel frattempo demoliti (il punto di Silandro è stato spostato nella vicina località di Oris).

Per questa nuova campagna (estate 2011) è stato utilizzato un gravimetro assoluto a caduta libera FG-5 della Micro-g LaCoste (Fig. 5 - <http://microglacoste.com/index.php>). I valori di gravità si riferivano, in questo caso, ad un punto della traiettoria del grave posto ad una distanza di 1.30 m dal suolo, e sono risultati caratterizzati da uno σ_m medio di ± 0.002 mGal. Nei punti di Novacella e Brennero sono state effettuate due sessioni di misura notturne, mentre sulle restanti 4 stazioni è stata sufficiente una singola sessione notturna.

Analogamente al 2001 il valore dell'accelerazione di gravità è stato riportato al suolo tramite una serie di misure del gradiente verticale eseguite con un gravimetro Scintrex CG-5. Sono state inoltre ripetute le misure delle reti locali istituite intorno alle stazioni nel 2001. Dal confronto fra i valori ottenuti nelle due campagne (per i punti al suolo delle stazioni di Bolzano, Brunico, Merano e Novacella, e per i punti appartenenti alle reti locali delle stazioni di Brennero e Silandro), si è osservata una generica diminuzione del valore dell'accelerazione di gravità, variabile da -0.043 a -0.015 mGal, imputabile probabilmente sia a nuovi edifici realizzati nelle vicinanze, che hanno modificato le masse circostanti, sia a possibili cause di natura geodinamica.



Figura 5. Gravimetro assoluto usato nella campagna del 2011

Un'analisi più dettagliata di tali misure ed il confronto con i risultati ottenuti nel 2001 saranno probabilmente oggetto di una prossima pubblicazione.

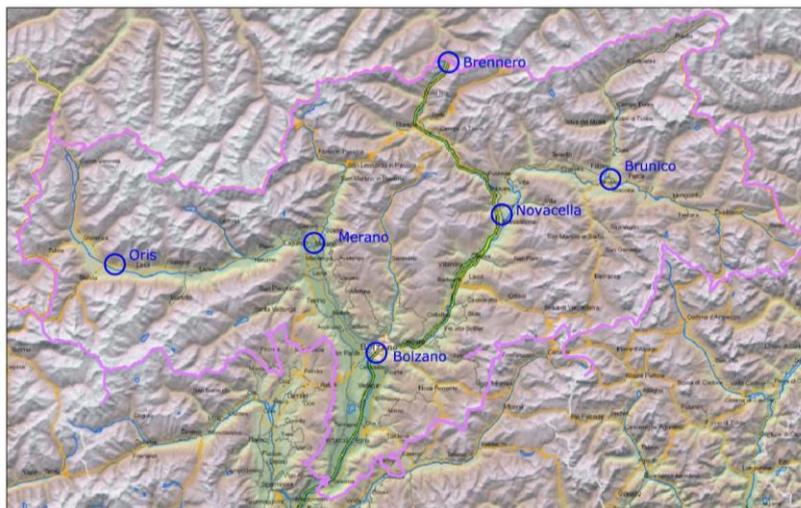


Figura 6. Posizione delle stazioni di gravimetria assoluta misurate nel 2011

3.2 Misure di gravità relativa lungo le linee di livellazione

Le misure lungo le linee di livellazione, organizzate in una rete del I Ordine e in una serie di circuiti di dettaglio, sono state effettuate con il gravimetro relativo LaCoste-Romberg mod. D-018, munito di un apparato di feedback ideato dalla ZLS (Zero Length Spring) di Austin (Texas, Usa), che permette di diminuire gli errori periodici dovuti alle imperfezioni del sistema di leve demoltiplicanti che trasferiscono il movimento della vite di misura all'equipaggio mobile: il cosiddetto gear-

system⁶. All'inizio della campagna di misura (maggio 2009), e dopo circa 3 anni di attività (ottobre 2012), è stata verificata l'attendibilità del fattore di scala e la sua stabilità nell'intero campo di misura di 200 C.U., effettuando in entrambi i casi misure fra due stazioni assolute aventi una differenza di gravità pari a 33.715 mGal. Per una completa verifica del fattore di scala si è provveduto a misurare i Δg in differenti parti dell'intero campo di misura. I valori così ottenuti

⁶ Torge W., 1989, "Gravimetry". De Gruyter, Berlin

hanno evidenziato una sostanziale stabilità del fattore di scala, con variazioni di gravità comprese tra -0.005 e + 0.004 mGal ogni 10 mGal.

3.2.1 Rete del I Ordine: istituita nel periodo 2009-2013, è costituita da 70 punti omogeneamente distribuiti nell'area della provincia di Bolzano, posti in coincidenza, o in prossimità, di altrettanti caposaldi di livellazione (Fig. 7). Tutti i punti sono stati misurati con la sequenza del "Passo del Pellegrino" che prevede 3 misure di Δg fra due caposaldi consecutivi.

Per rafforzare la struttura della rete sono state effettuate anche misure fra stazioni non consecutive, in maniera tale che ogni caposaldo fosse collegato ad almeno altri 3. La definizione del "datum" è stata ottenuta inserendo nella rete del I Ordine le 5 stazioni assolute determinate nel corso della campagna 2011.

Per ogni campagna di misura i dati acquisiti sono stati rigorosamente compensati con i minimi quadrati, utilizzando il metodo delle osservazioni indirette, in modo da garantire una stima attendibile dei valori incogniti.

Gli errori quadratici medi dell'unità di peso sono risultati su tutte le compensazioni inferiori 0.006 mGal, mentre il massimo dell'eqm delle incognite è risultato inferiore a 0.004 mGal (vedi dettaglio in tabella 3). Le stazioni di I ordine sono state identificate con la lettera "A" seguita da un numero progressivo (A_1 , A_2 , ecc.).

A titolo d'esempio si riporta in figura 8 l'andamento dei residui delle compensazioni dei dati del 2009 e del 2010, e le relative curve di distribuzione normale o di Gauss.

3.2.2 Rete di dettaglio: risulta costituita da 727 punti identificati con la lettera "B" seguita da un numero progressivo (B_1 , B_2 , ecc.). Le misure sono state organizzate in 220 circuiti secondo lo schema $A_1-B_1-B_2-B_1 \dots A_2-A_1$, aprendo e chiudendo i percorsi sempre su due stazioni gravimetriche del I Ordine (A_1 , A_2 nell'esempio). La misura finale sulla stessa stazione A_1

di partenza ha permesso di calcolare, per ogni circuito misurato, la deriva strumentale, che è stata distribuita linearmente in funzione del tempo. I valori di deriva su tutti i 220 circuiti misurati sono risultati compresi nell'intervallo 0.010 e +0.009 mGal/h. Si è quindi proceduto al calcolo dell'errore di chiusura (ϵ) di ciascun circuito, ottenuto dal confronto con i valori noti delle stazioni A_1 e A_2 , e risultato sempre compreso nell'intervallo -0.007 e +0.006 mGal.

Tutti i circuiti sono stati infine compensati distribuendo l'errore di chiusura in funzione del numero delle tratte. Ogni circuito è stato misurato due volte: la seconda in senso opposto, assegnando a ciascun punto la media dei valori dell'accelerazione di gravità ottenuti nelle due misure; le differenze fra le due misure sono risultate sempre comprese nell'intervallo fra -0.009 e +0.010 mGal.

Anno	Staz. comp.	N. equaz.	Eqm unità di peso [mGal]	Max eqm incognite [mGal]
2009	24	209	± 0.0057	± 0.0034
2010	19	168	± 0.0048	± 0.0023
2011	6	37	± 0.0045	± 0.0022
2011	7	42	± 0.0039	± 0.0019
2012	4	25	± 0.0025	± 0.0013
2012	4	25	± 0.0034	± 0.0020
2013	2	15	± 0.0027	± 0.0010
2013	4	35	± 0.0026	± 0.0011

Tabella 3. Dati statistici della rete del I Ordine

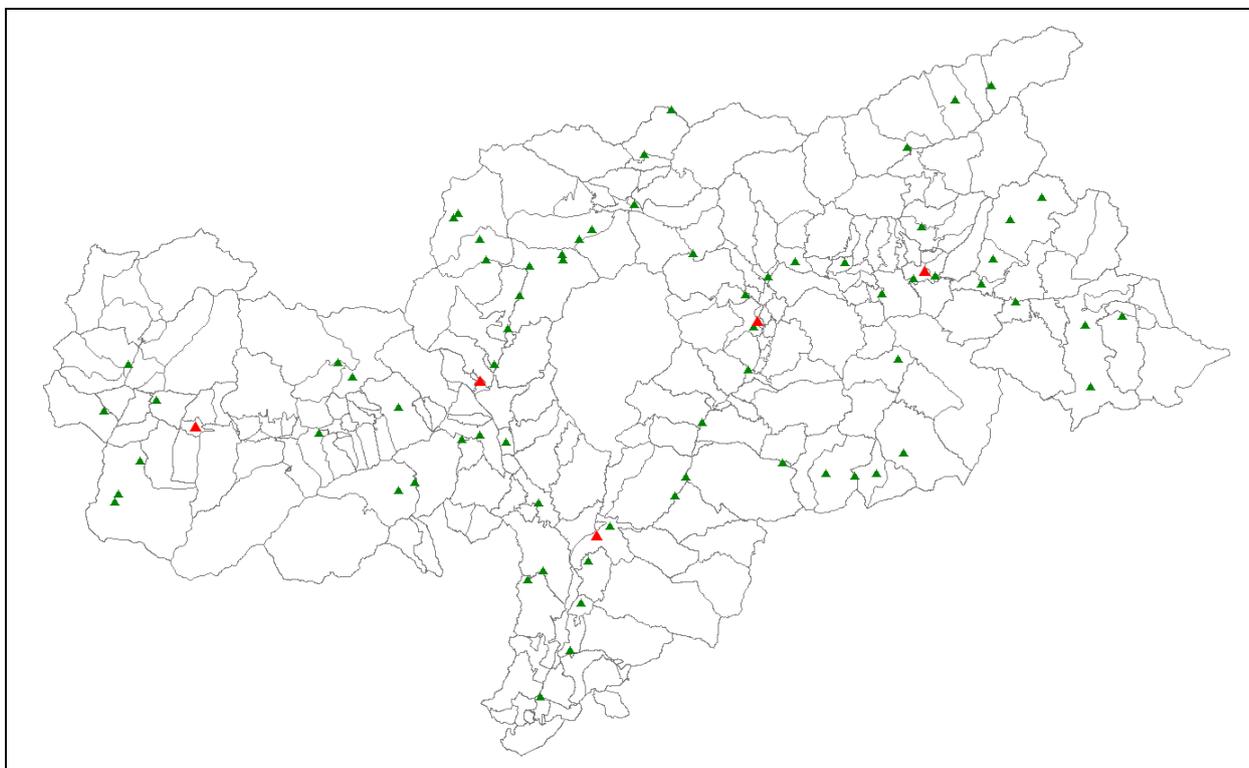


Figura 7. Stazioni della rete del I Ordine: in rosso le stazioni di gravità assoluta

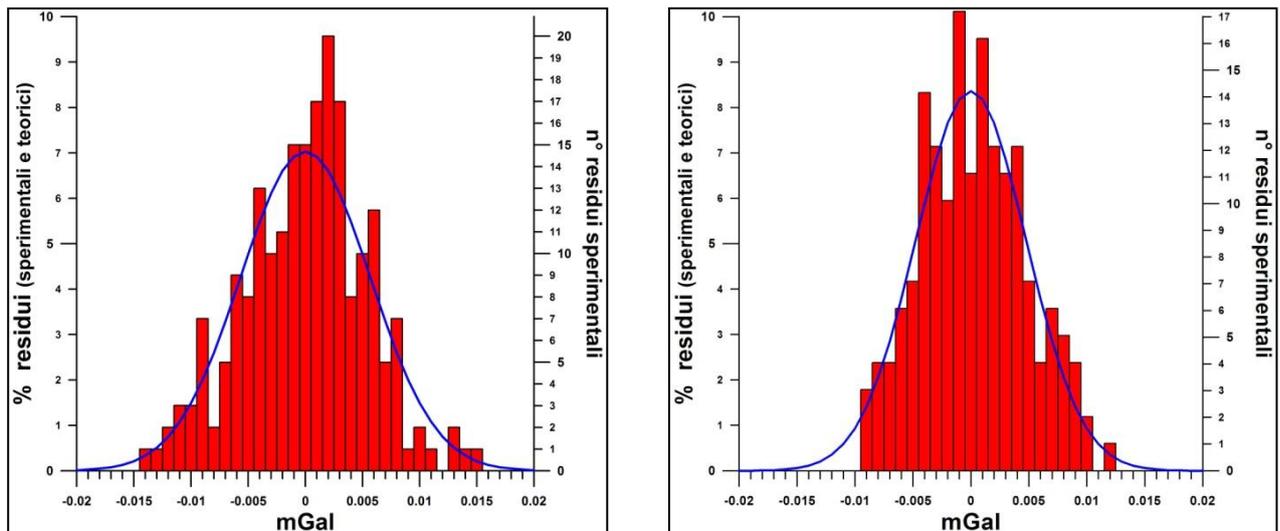


Figura 8. Distribuzione dei residui relativi alle compensazioni del 2009 (sinistra) e 2010 (destra)

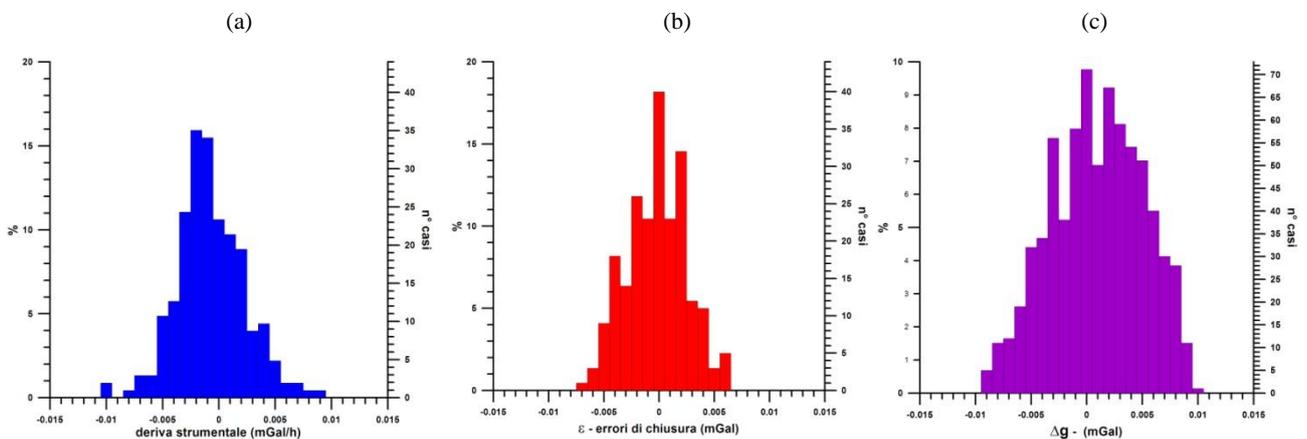


Figura 9. Deriva strumentale (a), errori di chiusura dei circuiti (b) e differenze fra i valori di gravità ottenuti nei punti di dettaglio (c)

Anno di misura	N. circuiti	N. stazioni	Media dei val. ass. delle differenze su ciascun punto	Max dei val. ass. dell'errore di chiusura
			[mGal]	[mGal]
2009	60	183	0.0036	0.006
2010	52	184	0.0035	0.005
2011	54	193	0.0034	0.007
2012	22	81	0.0035	0.005
2013	32	86	0.0033	0.006

Tabella 4 – Dati statistici relativi alle campagne di misura dei punti di dettaglio

In figura 9 è riportato l'andamento delle derivate strumentali (a), degli errori di chiusura (b) e delle differenze fra i due valori ottenuti su ciascuna stazione (c); in tabella 4 sono riportati, suddivisi per campagna di misura, alcuni valori statistici relativi ai punti di dettaglio. Il valore di gravità ottenuto per ciascun punto è stato riportato dal centro di massa del sensore del gravimetro al caposaldo cui riferita la quota.

Il dislivello necessario per il calcolo della riduzione (h) è stato misurato, per comodità, a partire dalla sommità del gravimetro, e da questa riportato al centro di massa del sensore dello strumento situato più in basso di 0.143 m (comunicazione personale di D. Burris, ZLS Corporation).

Valutando che la distanza fra la sommità del gravimetro e il suolo (Fig. 10) è solitamente uguale a 0.275 m, sono state considerate le differenti tipologie di caposaldi in 4 diverse situazioni:

- bullone più alto del gravimetro: h = dislivello dal bullone alla sommità del gravimetro +0.143;
- bullone più basso del gravimetro: h = dislivello dal bullone alla sommità del gravimetro -0.143;
- pozzetto: h = dislivello dal contrassegno in porcellana al suolo + (0.275 - 0.143);

- centrino universale, ponendo il gravimetro in prossimità del centrino: $h = +0.275 - 0.143 - 0.007$.

Le relative riduzioni di gravità sono state calcolate con la formula: $\Delta g = 0.3086 \cdot h$.

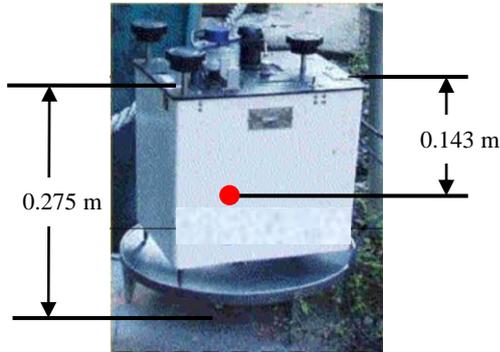


Figura 10. Misura dalla sommità del gravimetro LaCoste-Romberg al suolo e al centro di massa del sensore

4. CORREZIONE DELLE QUOTE

4.1 Calcolo dei numeri geopotenziali

I dislivelli relativi a ciascuna tratta sono stati corretti moltiplicandoli per la media dei valori delle accelerazioni di gravità misurate ai 2 estremi della tratta stessa. Utilizzando tali valori sono stati ottenuti i numeri geopotenziali⁷ di tutti i caposaldi eseguendo un calcolo di compensazione ai minimi quadrati vincolato su 5 punti noti, gentilmente forniti dal competente ufficio federale austriaco (BEV - Bundesamt für Eich-und Vermessungswesen).

Tutti i punti noti sono situati al confine con l'Austria, nelle località di Passo Resia, Passo Rombo, Brennero, Passo Stalle e Prato alla Drava (Fig. 11). Nella determinazione del numero geopotenziale dei singoli caposaldi è stata assunta per le misure una matrice di covarianza pari a $\sigma_0^2 \cdot I$, con I matrice identica. L'errore quadratico medio di maggiore entità è risultato pari a 0.01 UGP, per i caposaldi appartenenti alle linee di livellazione non iperdeterminate, e pari a 0.0072 UGP per quelli facenti parte delle linee iperdeterminate. In tabella 5 sono riportati i valori degli scarti che si ottengono sui punti noti variando il punto fisso nel calcolo di compensazione.

⁷ Utilizzate nell'EVRS (European Vertical Reference System).

Località	Punto fisso	Denominazione austriaca	Scarti espressi in UGP				
			GA_32	BA_13	CA_16	DA_32	EA_25
Rombo	GA_32	64341 (2012)		0,006	-0,001	-0,004	-0,015
P. alla Drava	BA_13	49837B (2008)			-0,007	-0,010	-0,021
Brennero	CA_16	40746C (2012)				-0,003	-0,014
Resia	DA_32	38706 (1973)					-0,011

Tabella 5 – Compensazioni con un solo punto fisso: scarti sugli altri punti noti

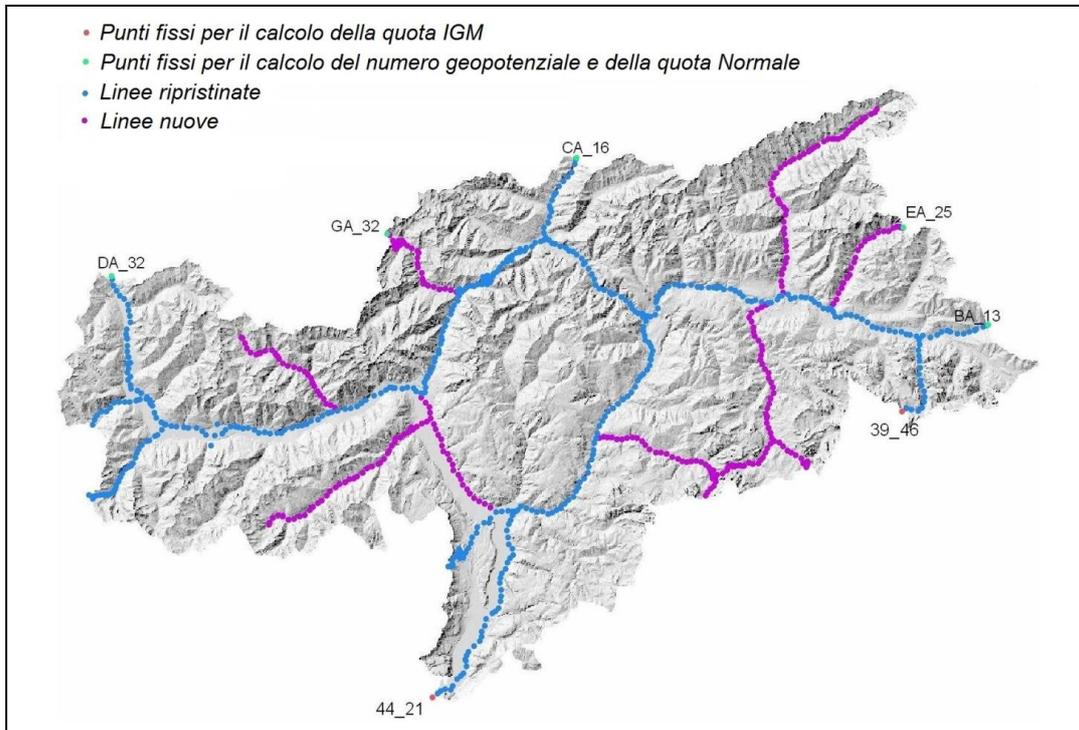


Figura 11. Mappa delle linee calcolate con evidenziati i punti fissi.

4.2 Calcolo delle quote normali

Per il calcolo delle quote normali è stato adottato l'ellissoide GRS80, caratterizzato dai seguenti parametri:

Gravità normale sulla superficie a 45°	9.806199203 m/sec ²
Gravità normale sulla superficie all'equatore	9.7803267715 m/sec ²
Gravità normale sulla superficie al polo	9.8321863685 m/sec ²
Semiassse maggiore (a)	6378137 m
Semiassse minore (b)	6356752.3141403 m
GM - costante geocentrica gravitazionale (con atmosfera)	3.986004418·10 ¹⁴ m ³ /sec ²
Velocità di rotazione	7.292115·10 ⁻⁵ rad/sec

Il dislivello puro (Δh) di ciascuna tratta (es. fra i caposaldi 1 e 2) è stato corretto aggiungendo la correzione normale (δh) dovuta alla gravità, calcolata con la seguente formula:

$$\delta h = \Delta h \frac{gm - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} + H_1 \frac{\Gamma_1 - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} - H_2 \frac{\Gamma_2 - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} \quad (1)$$

ove: Δh = dislivello puro;
 gm = media della gravità misurata in 1 e 2;
 γ_{45} = gravità normale sull'ellissoide a 45° di latitudine;
 H = quota normale.

Nella formula Γ rappresenta la gravità normale media lungo la verticale tra il punto stesso ed il quasi geoide, calcolata con la relazione⁸:

$$\Gamma = \gamma_0 - 0.1543 \cdot 10^{-5} \cdot H \quad (2)$$

dove γ_0 è la gravità normale sull'ellissoide al piede della verticale per il punto stesso, calcolata con la formula:

$$\gamma_0 = \gamma_E \frac{1 + k \cdot \text{sen}^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi}} \quad (3)$$

⁸ Tutte le grandezze sono espresse nelle unità di misura del SI.

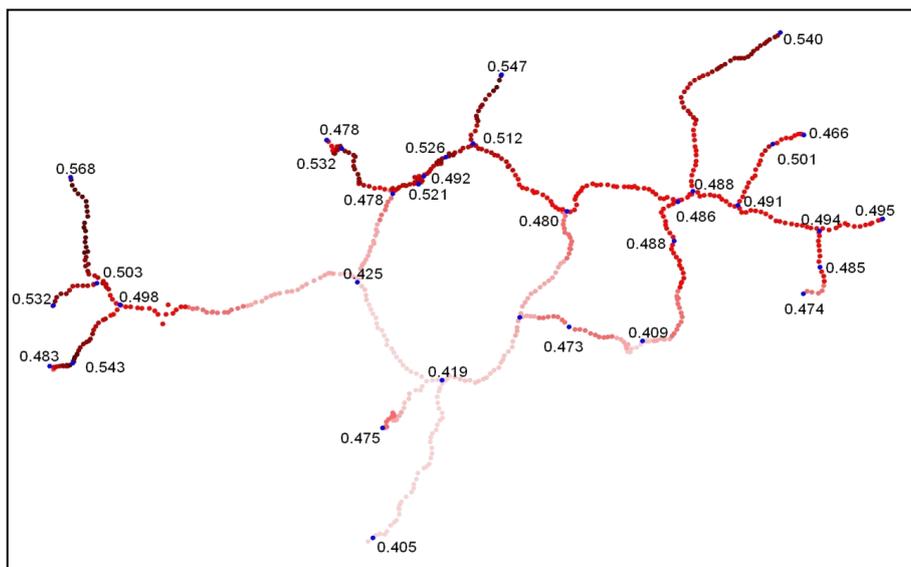


Figura 12. Mappa delle differenze fra quote italiane e quote normali, valori in metri.

ove:

$$k = \frac{\gamma_P \cdot b - \gamma_E \cdot a}{\gamma_E \cdot a} \quad (4)$$

con a , b ed e parametri dell'ellissoide, γ_P e γ_E gravità normale, rispettivamente al polo e all'equatore, e φ latitudine del punto.

I dislivelli così corretti sono stati compensati tenendo fisse le quote normali fornite dal BEV per gli stessi 5 punti di confine utilizzati nel calcolo di numeri geopotenziali. Al posto delle quote normali sono state introdotte inizialmente, per il calcolo delle correzioni normali, le quote pure IGM, ripetendo il calcolo fino a ottenere uno scarto inferiore a 0.1 mm tra 2 successive iterazioni.

A scopo di controllo la quota normale è stata anche calcolata per derivazione dai numeri geopotenziali utilizzando due differenti relazioni:

- la formula approssimata, risolta come equazione di secondo grado:

$$H^* = \frac{C}{\gamma_0 - 0.1543 \cdot 10^{-5} \cdot H^*} \quad (5)$$

- la formula rigorosa (Heiskanen W.A., Moritz H., 1967, "Physical Geodesy", W.H. Freeman and Co., San Francisco, formula (4.44), pp. 171):

$$H^* = \frac{C}{\gamma_0} \cdot \left[1 + \left(1 + m + f - 2f \cdot \text{sen}^2 \varphi \right) \frac{C}{a \cdot \gamma_0} + \left(\frac{C}{a \cdot \gamma_0} \right)^2 \right] \quad (6)$$

ove: f = schiacciamento ellissoide;
 ω = velocità di rotazione terrestre;
 $m = (\omega^2 \cdot a^2 \cdot b) / GM$
 GM = costante geocentrica gravitazionale (atmosfera compresa).

Le differenze tra i risultati ottenuti con le 3 modalità di calcolo sono risultate inferiori al millimetro, confermando la correttezza dei calcoli eseguiti.

5. DIFFERENZE FRA QUOTE NORMALI E QUOTE ITALIANE

Il confronto fra le quote IGM e le quote normali evidenzia differenze variabili da 40.5 cm a 56.8 cm, come riportato in dettaglio in figura 12. Nella zona meridionale della provincia, caratterizza da quote di fondovalle di poco superiori a 200 m, le differenze raggiungono il minimo di 40.5 cm; i valori aumentano gradualmente verso Nord, man mano che si aumenta la quota avvicinandosi alla cresta principale. Salendo al di sopra delle masse montuose le differenze tendono invece a diminuire. Questo succede su quasi tutti i passi: Stelvio, Rombo, Giovo, Gardena e Stalle. In zona dolomitica (Val Gardena e Val Badia) il comportamento appare invece diverso rispetto alle altre zone montuose.

6. CONCLUSIONI E RINGRAZIAMENTI

Il calcolo delle quote corrette con la gravità è oggi indispensabile per uniformarsi all'Europa ed ottenere valori coerenti con i sistemi altimetrici in corso di realizzazione a livello continentale.

Anche l'IGM sta infatti operando in tal senso, e giungerà fra breve al calcolo dei numeri geopotenziali e delle quote normali di tutta la rete italiana di livellazione di Alta Precisione. Il calcolo delle quote corrette su tutto il territorio nazionale non sarebbe però realizzabile in tempi brevi se si dovessero effettuare misure dirette di gravità su tutti, o buona parte, dei circa 22000 capisaldi che costituiscono il network fondamentale: diventa quindi essenziale l'impiego dei valori ottenuti dal geoide ITALGEO2005. Un test significativo per valutare esattamente l'affidabilità dei risultati ottenibili con l'uso del suddetto modello è possibile utilizzando i risultati, relativi al territorio della Provincia di Bolzano, esposti nella presente nota, ottenuti con gravità misurata con procedura rigorosa, partendo da valori assoluti e densificando il rilievo prima con una rete principale e poi con una secondaria che comprende oltre 700 punti di dettaglio.

La realizzazione delle misure descritte è stata possibile a seguito della collaborazione di vari soggetti ai quali va il nostro ringraziamento. In particolare: i dirigenti della BBT, che hanno gentilmente messo a disposizione i risultati della campagna gravimetrica assoluta del 2001, ed il personale degli uffici periferici di zona e del servizio strade della Provincia di Bolzano che hanno contribuito efficacemente alla gestione del traffico, permettendo ai tecnici di operare con rapidità e sicurezza.

BIBLIOGRAFIA

Cunietti M., Inghilleri G., 1955. *La rete gravimetrica fondamentale italiana*. Memorie Commissione Geodetica Italiana, n. 8, pp. 192.

Barzaghi R., et. al., 2014. *Orthometric correction and normal heights for Italian levelling network: a case study*. Applied Geomatics; vol. 6, issue1, pp 17-25

Gentile G., Maseroli R., Sacerdote F., 2011. *Studio dell'effetto della gravità su circuiti chiusi della livellazione di alta precisione in presenza di dislivelli molto elevati*. Atti della 15^a Conferenza Nazionale ASITA, Colorno (PR), 15-18 novembre.

Heiskanen W.A., Moritz H., 1967. *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Co., San Francisco, USA.

Inghilleri G., 1974. *Topografia generale*. UTET, Torino.

Marson I., 2012. *A ShortWalk along the Gravimeters Path*. International Journal of Geophysics, Volume 2012, Article ID 687813

Morelli C., 1968. *Gravimetria*. Del Bianco, Udine.

Muller G., 1986. *Appunti di livellazione*. Istituto Geografico Militare, Firenze.

Norinelli A., 1982. *Elementi di geofisica applicata*. Patron Editore, Bologna.

Radix J.-C., 1991. *Repertoire geodesique en vue de la navigation*. Cepadues Editions, Toulouse.

Salvioni G., 1951. *Manuale di livellazione*. Istituto Geografico Militare, Firenze.